

Probleme bei der Diagnose technischer Systeme

Natke, H.G.

Veröffentlicht in:
Abhandlungen der Braunschweigischen
Wissenschaftlichen Gesellschaft Band 49, 1998,
S.159-180



J. Cramer Verlag, Braunschweig

Probleme bei der Diagnose technischer Systeme

von **H. G. Natke**, Hannover*

(Eingegangen am 10.06.1999)

1. Einleitung

Die Diagnose ist jedem von uns aus dem medizinischen Bereich bekannt. Sie stützt sich auf Symptome. Symptome sind sensitive Größen hinsichtlich bestimmter Defekte, Abweichungen vom "Normalen". Sie müssen demzufolge bestimmte Eigenschaften aufweisen, und sie müssen Informationen zum Schaden liefern. Die medizinische Diagnose basiert auf Beobachtungen und auf Labor-Werten. Die Labor-Werte führen im Vergleich mit Anhaltswerten zu bestimmten Feststellungen und zur Bewertung, was schließlich zu Handlungen von Arzt und Patient führt. Hippokrates hat ungefähr 400 vor der Zeitrechnung bereits ausgeführt, daß man alle Symptome aufmerksam beobachten und registrieren soll, jedoch die Krankheit selbst ist unerreichbar [1]. Als **System** wollen wir allgemein ein Objekt in seiner Umgebung verstehen. Ein **Prozeß** ist durch die Ein- und Ausgangsgrößen definiert. Faßt man die Krankheit als Prozeß und damit als Teil eines Systems (hier des Kranken in seiner Umgebung) auf, so kann man mit anderen Worten [3] sagen: Eine vollständige Systembeschreibung (ausgedrückt durch eine Menge S) existiert nicht. Wenn überhaupt, dann ist eine zweckgebundene Systembeschreibung, und damit eine eingeschränkte Beschreibung sinnvoll ($S|R \subset S$, das ist die Menge bedingt durch den Zweck R). Abhängig vom Ziel innerhalb des zu lösenden Problems genügen wiederum eingeschränkte und u.U. vereinfachte und evtl. zusammengefaßte Informationen: dieses ist das Modell ($\mathcal{M} \subseteq \mathcal{F}(S|R)$ mit F einem vorgegebenen Operator: homomorphe Abbildung). Da das Modell wiederum aufgabenabhängig ist, womit bestimmte biologische oder physikalische Attribute von M für die Aufgabenstellung (bezeichnet durch G) uninteressant sind, genügen auch hier wieder Teilmengen ($\mathcal{M}|G \subset \mathcal{M}$) zur Lösung der Aufgabe.

Man versucht demzufolge bei der Diagnose aufgrund von Symptomen und Labor-Werten, also von Teilinformationen über den (System-) Zustand auf das System selbst und/oder auf Systemänderungen zu schließen: Mathematisch liegt ein inverses Problem vor. Beispiele aus dem medizinischen Bereich sind in [2] zu finden. Das folgende Beispiel aus der Dynamik soll weitere Schwierigkeiten andeuten.

Schriftliche Fassung des gleichnamigen Vortrags gehalten am 14. November 1997 während der Sitzung der Klasse für Ingenieurwissenschaften der Braunschweigischen Wissenschaftlichen Gesellschaft.

überarbeitet Juni 1999

* Prof. Dr. rer. nat. Dr. h.c. mult. H. Günther Natke · Curt-Risch-Institut für Dynamik, Schall- und Meßtechnik (CRI) der Universität Hannover · Appelstraße 9A · D-30167 Hannover

Beispiel: Gegeben ist die Gleichung im Frequenzraum mit der dynamischen Steifigkeitsmatrix $S(\omega)$, ω der Frequenz, $U(\omega)$ der Antwort des Systems auf die Kraft $P(\omega)$,

$$S(\omega)U(\omega) = P(\omega)$$

wobei die Größen miteinander verknüpfbare Matrizen und Vektoren sind. Es sei T eine verknüpfbare, von der Einheitsmatrix verschiedene Transformationsmatrix mit der Eigenschaft

$$TP(\omega) = P(\omega)$$

es folgt

$$\underbrace{TS(\omega)}_{S'(\omega)} U(\omega) = TP(\omega) = P(\omega)$$

Verschiedene Systeme, hier ausgedrückt durch die dynamischen Steifigkeiten $S(\omega)$ und $S'(\omega)$, liefern für eine vorgegebene Kraft gleiche Antworten.

Ausgehend von einer Operatorgleichung ($A : X \rightarrow Y$ mit vorgegebenen Räumen X, Y)

$$Ax = y, \quad (1)$$

worunter im einfachsten Fall ein algebraisches lineares Gleichungssystem zu verstehen ist, bezeichnen wir die Gl. (1) als [3]

$$\left. \begin{array}{lll} \text{direktes Problem} & \text{gegeben } A, x & \text{gesucht } y, \\ \text{inverses Problem} & 1. \text{ Art. : gegeben } A, y & \text{gesucht } x, \\ \text{inverses Problem} & 2. \text{ Art. : gegeben Prozeßdaten } \{x\}, \{y\} & \text{gesucht } A. \end{array} \right\} \quad (2)$$

Das inverse Problem 1. Art bedeutet bei einem algebraischen linearen Gleichungssystem, die Lösung x zu finden. Aus der Erfahrung wissen wir um die Schwierigkeiten hierbei. Das inverse Problem 2. Art zu lösen heißt, aus Prozeßdaten den Systemoperator zu bestimmen, was schwieriger ist als das Problem 1. Art zu lösen.

Inverse Probleme nennt man nach Hadamard schlecht gestellt, wenn entweder

- keine Lösung existiert (die zugehörige Inverse ist unstetig),
- sie nicht eindeutig oder/und
- sie instabil ist.

Ortsdiskrete Systeme sind häufig schlecht konditioniert, da die Inverse A^{-1} zwar stetig ist, aber die Konditionszahl

$$\text{cond}(A) := \|A^{-1}\| \cdot \|A\| \gg 1$$

ist.

Neben den Eigenschaften der Lösungen selbst unterscheiden wir noch gut und schlecht gestellte Problemformulierungen. Ein Beispiel mag dieses verdeutlichen.

Beispiel: In einem statischen Versuch soll mittels einer diskreten Formulierung an einem mechanischen System entweder die Steifigkeits- oder Nachgiebigkeitsmatrix $G = K^{-1}$ für Krafteinwirkung ermittelt werden.

In der Steifigkeitsformulierung erhält man die Steifigkeitsmatrix K aus der Gl.

$$KU = P \text{ zu } K = PU^{-1},$$

vorausgesetzt, daß die Matrizen verknüpfbar sind. In der Nachgiebigkeitsformulierung erhält man entsprechend:

$$GP = U, \quad G = UP^{-1}.$$

Die Kräfte in der Matrix P können so gewählt werden, daß P gut konditioniert ist, und die Inverse (theoretisch) relativ genau gebildet werden kann. In der Steifigkeitsformulierung ist jedoch die Antwortmatrix U zu invertieren, die die kaum zu beeinflussenden Systemeigenschaften enthält und demzufolge durchaus fast singulär sein kann, d.h. schlecht konditioniert ist. Folglich ist die Ermittlung der Nachgiebigkeitsmatrix eine gut gestellte Problemformulierung im Gegensatz zu der Steifigkeitsformulierung.

Bei der Lösung inverser Probleme kommen noch die Probleme der Meßtechnik (Beobachtung) hinzu (systematische und irreguläre Fehler), Probleme der Auswerteverfahren einschließlich Algorithmen (die Algorithmen sollen die Fehler nicht noch verstärken, sie vermögen aber nicht das Problem zu verbessern) und die der Interpretation. Letzteres wird hier nicht behandelt, womit auch der menschliche Faktor außer Betracht bleibt.

Zusammenfassend sind die Modellformulierungen mit den zugehörigen Lösungseigenschaften zu beachten, hinzu kommen noch die Modellunsicherheiten, die selbst noch zu modellieren sind, die Meßunsicherheiten, die ebenfalls einer Modellierung zu ihrer Erfassung und Minimierung bedürfen. Schließlich ist die Unvollständigkeit der Messungen zu berücksichtigen. Die Messungen enthalten oft nicht die erforderliche Information, um das inverse Problem zu lösen. Abhilfe schafft hier nur, Zusatzinformationen für die Lösung zu beschaffen und zu verwenden: Regularisierung, d.h. Änderung des mathematischen Operators durch Zusatzinformation.

Die Diagnose technischer Systeme zielt auf eine Bestimmung von Systemmodifikationen ab: Lösung eines inversen Problems 2. Art. Sie kann symptom- oder modellgestützt erfolgen. Ausgangspunkt ist in jedem Fall ein holistisches mathematisches Modell, das neben der Kurzzeitdynamik auch die Systemevolution (Langzeitdynamik) enthält. Schäden werden hier als Modifikationen der physikalischen Modellparameter definiert.

Die modellgestützte Diagnose wird anhand eines Beispiels (Norderelb-Brücke) einleitend illustriert. Das Referenzmodell besteht aus einem angepaßten (an den gewünschten Zustand) Rechenmodell, das verifiziert, validiert und gebrauchsfähig sein muß. D.h. für das Beispiel, daß ein Finites Element- (FE-) Modell mittels realer Messungen an den Referenzzustand (hier Istzustand) angepaßt ist. Ein zweites Rechenmodell wird durch die Anpassung des Referenzmodells an den geschädigten Zustand erhalten. Der geschädigte Zustand wurde in dem Beispiel rechnerisch simuliert. Dieses den geschädigten Zustand wiedergebende Rechenmodell dient im Vergleich mit dem Referenzmodell der Schadensdetektion, -lokalisierung und -bewertung. Das Vorgehen wird dann allgemein vorgestellt, das Werkzeug hierzu wird diskutiert, und es werden offene Probleme der modellgestützten Diagnose angesprochen.

Die symptomgestützte Diagnose wird danach kurz erläutert. Sie gipfelt in einer symptom-basierten Zuverlässigkeitsaussage über das System. Anschließend wird das Ergodentheorem

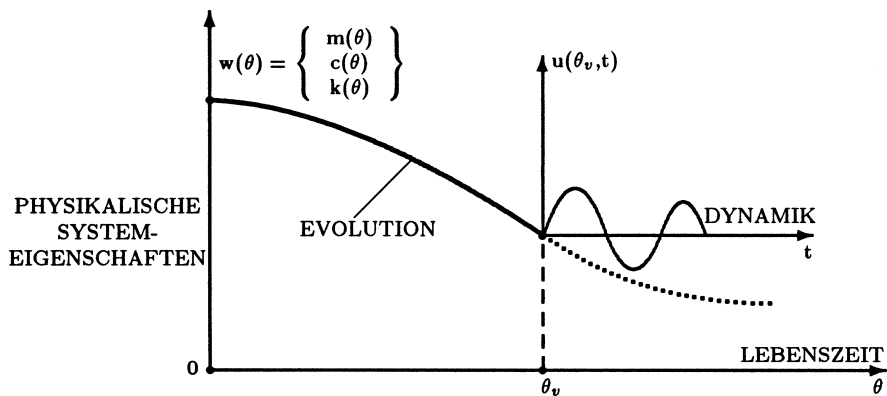


Abb. 1: Holistische Systemdynamik

für die Diagnose in den Fällen herangezogen, in denen wie bspw. im Bauwesen keine Stichprobe von mehreren Systemen vorliegt.

2. Holistische Modelle

Holistische Modelle enthalten die Systemevolution. Sie mag in einer zeitabhängigen Massenvergrößerung bspw. durch Ablagerungen oder in einer Steifigkeitsreduktion z.B. durch Rißbildung bestehen. Demzufolge ist das zugehörige ortsdiskrete aber zeitkontinuierliche Modell zeitvariant:

$$M(t)\ddot{u}(t) + C(t)\dot{u}(t) + K(t)u(t) = p(t), \quad (3)$$

mit

t der Zeitkoordinate,

M der quadratischen Trägheitsmatrix der Ordnung n ,

C der quadratischen Dämpfungsmatrix der Ordnung n der als viskos angenommenen Dämpfungskräfte,

K der quadratischen Steifigkeitsmatrix, ebenfalls der Ordnung n und

$u(t)$ dem Verschiebungsvektor mit n Komponenten und mit

$p(t)$ dem Vektor der äußeren Kräfte mit n Komponenten.

Punkte über den Größen bedeuten Differentiation nach der Zeit. Die Systemevolution, ausgedrückt durch die Zeitabhängigkeit der physikalischen Modellparameter, verläuft innerhalb der Lebensdauer des Systems sehr langsam im Vergleich zur Momentandynamik: die Skalen von Systemänderung und Systemdynamik sind verschieden. Es wird deshalb eine *langsame* Zeitkoordinate θ (Lebenszeitkoordinate, kurz Lebenszeit¹) für die System-

¹ nicht zu verwechseln mit der Lebensdauer des Systems

evolution und eine *schnelle* Zeitkoordinate t für die Systemdynamik eingeführt. Diese Skalierung ist in Abbildung 1 dargestellt. Für eine vorgegebene Lebenszeit θ_v wird ein Intervall um θ_v angenommen, in dem die physikalischen Modellparameter als konstant angenommen werden können:

$$\mathcal{M}_v: M_v \ddot{u}_v(t) + C_v \dot{u}_v(t) + K_v u_v(t) = p(t), \quad (4)$$

Der Index v symbolisiert das Lebenszeitintervall um die vorgegebene Zeit $\theta_v < \theta_b$, für das die Bewegungsgleichung zeitinvariant angenommen wird, θ_b kennzeichnet die Lebensdauer des Systems.

Die mathematischen Vorgehensweisen zur holistischen Modellformulierung sind [5]:

- Zeitskalierung wie oben beschrieben,
- Taylorentwicklung der Gesamtenergie und Zeitskalierung:

$$E(\theta_v, t) = E(\theta_v) + \underbrace{\frac{\partial E}{\partial \theta} \Big|_{\theta=\theta_v} \frac{t}{1!} + \frac{\partial^2 E}{\partial \theta^2} \Big|_{\theta=\theta_v} \frac{t^2}{2!} + \dots}_{E_v(t)} = E(\theta_v) + E_v(t). \quad (5)$$

Die Gesamtenergie läßt sich in einen evolutionären Anteil und in den Anteil der momentanen Systemdynamik zerlegen.

- Zustandsbeschreibung:

$$\left. \begin{aligned} \dot{u}(t) &= F(a, x, t) + f(t), \\ \dot{a}(t) &= \varepsilon G(a, x, t), \quad \varepsilon > 0, \varepsilon \ll 1. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Der Vektor a enthält hier die zeitveränderlichen Modellparameter.

- Hilberttransformation unter Anwendung des Theorems der Frequenztrennung. Die Spektralinhalte der Systemevolution und der Momentandynamik sind verschieden, vorausgesetzt werden sich nicht überschneidende Frequenzintervalle.

3. Modellgestützte Diagnose

Die modellgestützte Diagnose wird zunächst an einem Beispiel illustriert, das [6] entnommen ist.

3.1 Die Norderelb-Brücke

Die Norderelb-Brücke ist eine Schrägseilbrücke mit fünf Feldern: 31, 64, 172, 64, 80 m, insgesamt 411 m Spannweite. Eine Übersicht zeigt Abbildung 2, den Querschnitt Abbildung 3.

Die Eigenschwingungen der Brücke wurden einerseits mit Finiten Elementen berechnet und andererseits mit Hilfe der experimentellen Modalanalyse identifiziert [7]. Hierzu wurde, da die Brücke für den Verkehr nicht gesperrt werden durfte, der fließende Verkehr als Breitbanderregung genutzt, wohl wissend, daß speziell schwere Laster eine Wechselwir-

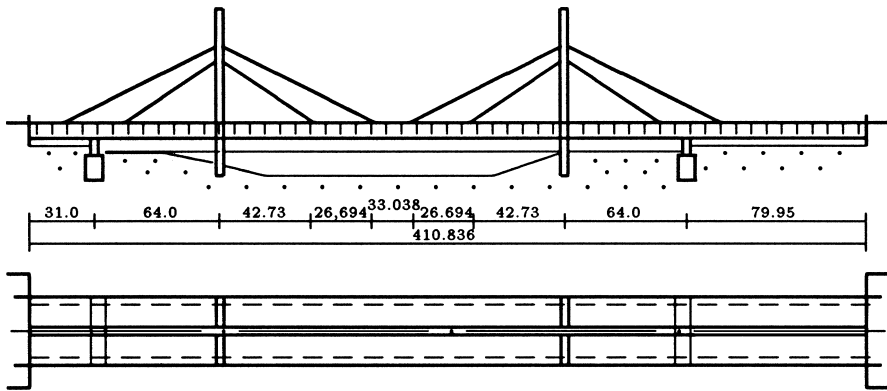


Abb. 2: Übersicht

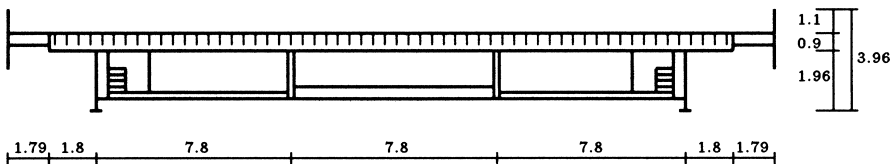


Abb. 3: Querschnitt

kung zwischen Laster und Brücke hervorrufen. Dieser Einfluß wurde durch entsprechende Mittelwertbildungen bei der Frequenzgangermittlung reduziert. Die Versuche zeigten auch, daß die getroffene Annahme der Linearität (Eigenschwingungen des zugeordneten ungedämpften Modells einer seilabgespannten Brücke) durch die große Vorspannung der Seile bei den erregten kleinen Schwingwegen zutraf. Die Ergebnisse enthält Tabelle 1.

Tab.1: Vergleich der gerechneten mit den identifizierten Eigenschwingungsgrößen

BESCHREIBUNG DER EIGENSCHWINGUNGSFORMEN	EIGENFREQUENZEN [Hz]		DIFFERENZ %	MAC
	GERECHNET	GEMESSEN		
1.VERTIKALE BIEGUNG	0.79	0.756 ± 0.0021	3.3	0.997
2.VERTIKALE BIEGUNG	1.15	1.157 ± 0.0033	0.6	0.907
3.VERTIKALE BIEGUNG	1.32	1.307 ± 0.0051	1.3	0.887
4.VERTIKALE BIEGUNG	1.99	1.911 ± 0.0043	4.1	0.932
1.TORSION	1.21	1.173 ± 0.0054	3.2	0.996
2.TORSION	1.56	1.574 ± 0.0065	0.9	0.972
3.TORSION	2.35	2.274 ± 0.0069	3.3	0.832
4.TORSION	2.56	2.500 ± 0.0053	2.4	0.887

Die Bezeichnung der Eigenschwingungsformen als Biegung und Torsion gilt im Sinne von überwiegend bei den vorhandenen Koppelschwingungen. Die gemessenen Eigenfrequenzen sind Mittelwerte mit dazugehörigen mittleren Fehlern. Der größte prozentuale Fehler der gerechneten Eigenfrequenzen ist in dem betrachtete Frequenzintervall 4,1%. Die rechte Spalte enthält den Kosinus des Winkels zwischen gerechnetem und identifizierten Eigenvektor. Fallen beide Vektoren zusammen, so ist dieser Wert gleich Eins (MAC steht für Modal Assurance Criterion). Man erkennt, daß die gerechneten Eigenvektoren sehr gut mit den identifizierten übereinstimmen. Für praktische Fälle kann für MAC-Werte größer als 0,8 von einer Übereinstimmung der Vektoren ausgegangen werden. Folglich war in dem vorliegenden Fall eine Anpassung des Rechenmodells an die identifizierten Größen unnötig. Die gemessenen Eigenschwingungsgrößen dienen als Referenzgrößen.

Da ein Schaden an der Brücke selbstverständlich nicht erzeugt werden konnte, wurde ein Schaden im Endfeld durch Öffnen des Querschnittes im Rechenmodell erzeugt. Die Eigenschwingungsgrößen des derart modifizierten Rechenmodells sind in Tabelle 2 den entsprechenden Werten des Referenzmodells gegenübergestellt. Man sieht 1. eine 23 %-ige Abminderung der Eigenfrequenz der 2. vertikalen Biegung und 2., daß die dritte und vierte Torsion im geschädigten Zustand zusammenfallen. Die Eigenvektoren stimmen jetzt auch nicht mehr so gut überein, wie die MAC-Werte zeigen. Die zu dem geschädigten System gehörenden Eigenschwingungsformen sind in der Abbildung 4 wiedergegeben. Der MAC-Wert für die 2. Eigenschwingungsform sagt aus, daß diese Eigenschwingungsform für das geschädigte Modell mit der des Referenzmodells praktisch übereinstimmt. Man erkennt aus der Abbildung 4, daß die 2. Eigenschwingungsform mit der großen Abweichung in der Eigenfrequenz gegenüber dem Referenzwert wesentliche Amplituden nur in dem Endfeld aufweist. Also wird die Abweichung der beiden zugrundeliegenden Systeme nur im Endfeld zu suchen sein, was mit dem simulierten Schadensort übereinstimmt: Die Eigenschwingungsgrößen ermöglichen hier nicht nur, den Schaden zu entdecken sondern darüber hinaus auch

Tab. 2: Vergleich der Eigenschwingungsgrößen des Referenzmodells mit denen des geschädigten Systems

BESCHREIBUNG DER EIGENSCHWINGUNGSFORMEN	EIGENFREQUENZEN [Hz]		DIFFERENZ %	MAC
	REFERENZ	GESCHÄDIGTES SYSTEM (SIMULIERT)		
1.VERTIKALE BIEGUNG	0.765	0.79	3.3	0.985
2.VERTIKALE BIEGUNG	1.157	0.89	-23.0	0.860
3.VERTIKALE BIEGUNG	1.307	1.23	-5.9	0.562
4.VERTIKALE BIEGUNG	1.911	2.04	6.8	≈ 0
1.TORSION	1.173	1.23	4.9	0.994
2.TORSION	1.574	1.68	6.7	0.960
3.TORSION	2.274	2.37	4.2	0.818
4.TORSION	2.500		-5.2	0.120
5.TORSION	2.652	2.60	-2.0	0.938
6.TORSION	3.600	3.50	-2.8	0.922

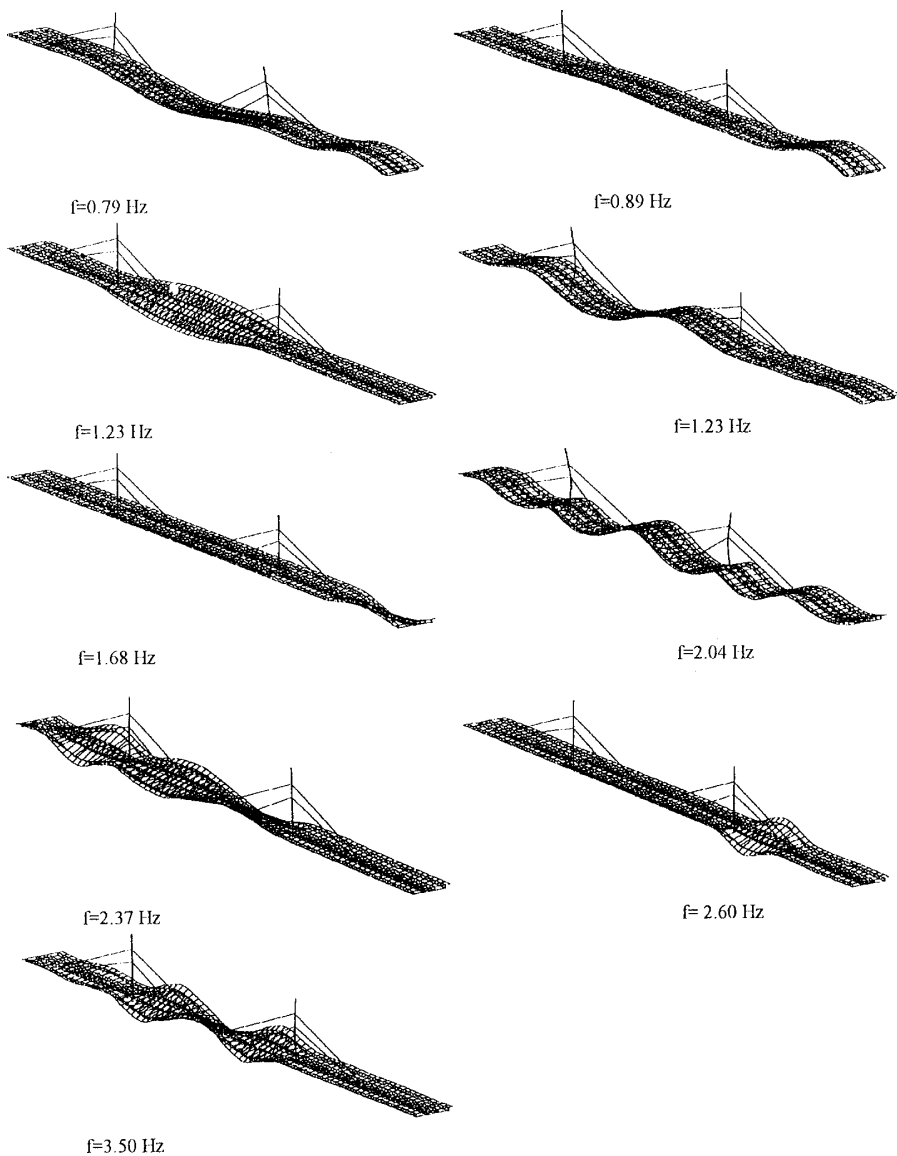


Abb. 4: Die (gerechneten) zu dem geschädigten System gehörenden Eigenschwingungsformen

seine Lokalisierung. Eigenfrequenzen zusammen mit den Eigenschwingungsformen haben lokale Eigenschaften².

In dem vorliegenden Fall (mit relativ großem Schaden), basierend auf den Eigenschwingungsgrößen eines FE-Modells und gemessenen Eigenschwingungsgrößen, dienen die Eigenschwingungsgrößen als Symptome. Mit anderen Worten, sie sind sensitiv in Bezug auf den Schaden und ermöglichen (zusammen mit den Eigenschwingungsformen!) eine Lokalisierung desselben.

3.2 Das allgemeine Vorgehen

Die Methodik der modellgestützten Diagnose ist in der Abbildung 5 wiedergegeben. Sie wird in ihren wesentlichen Teilen kurz kommentiert. Die Systemanalyse liefert aufgrund von a priori-Kenntnissen, das sind das mathematische Modell und die Schadensannahmen, eine Schwachstellenanalyse, Sensitivitätsstudien, darauf aufbauend Symptome für die Bauwerksüberwachung, eine Schadensklassifizierung mit zugehörigen Mustern [6] und schließlich einen Schadenskatalog. Für das existierende System wird eine Schwachstelleninspektion periodisch oder auf Anforderung durchgeführt. Wird eine vorgegebene Alarmschwelle (Anhaltswert) überschritten, setzt die meßtechnische Bauwerksüberwachung ein, deren Ergebnis zusammen mit den Bauteiluntersuchungen etc. es erlaubt zu entscheiden, ob eine signifikante Abweichung gegenüber den Referenzwerten vorliegt. Ist dieses der Fall, müssen u.U. noch ergänzende Zustandsmessungen durchgeführt werden, um dann das Referenzmodell (im allgemeinen ein Modell einer vorhergehenden Lebenszeit) an den aktuellen Zustand anzupassen. Bestehen zwischen dem neu angepassten und dem Referenzmodell signifikante Unterschiede, sind diese zu analysieren. Die Analyse führt zu einer Diagnose und Bewertung der aufgetretenen Abweichungen, die in eine Entscheidung und ggfs. in eine Aktion mündet. Sind keine signifikanten Unterschiede zu erkennen, gehen die Arbeitsschritte entsprechend den eingezeichneten Schleifen zurück zur Inspektion/Systemüberwachung.

3.2.1 Modellanpassung an den aktuellen Systemzustand

Gesucht sind jetzt die an den gemessenen Systemzustand zum Zeitpunkt θ_v angepassten Modelle \mathcal{M}_v , s. Gl. (4), wobei im folgenden der Index v unterdrückt wird. Die Verfahren, die die Anpassung leisten, sind die aus der Systemidentifikation bekannten Korrekturverfahren (model correction, updating methods) [7,9].

Kurzer Überblick über die Anpassungsverfahren: Ist die Modellstruktur adäquat der Systemstruktur (homomorphe Abbildung) und der Aufgabenstellung (Frequenzintervall, Genauigkeit \rightarrow teleologisches gebrauchsfähiges Modell), dann ist die Anpassung auf eine Korrektur der physikalischen Modellparameter reduziert. Die einzuführende Fehlermodellierung des Rechenmodelles beschränkt sich somit auf eine Modellierung der

² In den Eigenschwingungsformen mögen die lokalen Eigenschaften nicht direkt durch die Schwingwege gegeben sein, sondern bspw. durch ihre Ableitungen [8].

Parameterfehler. Vorteilhaft ist eine Subsystemzerlegung, wobei jedem Subsystem i und damit jedem Submodell Summandenmatrizen zugeordnet sind:

$$\left. \begin{aligned} M &= \sum_{i=1}^n M_i \\ C &= \sum_{i=1}^n C_i \\ K &= \sum_{i=1}^n K_i \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Die Parametrisierung für die Anpassung erfolgt global mit Faktoren für jede Summandenmatrix:

$$\left. \begin{aligned} M^c &= \sum_{i=1}^n a_{Mi} M_i \\ C^c &= \sum_{i=1}^n a_{Ci} C_i \\ K^c &= \sum_{i=1}^n a_{Ki} K_i \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Wie man erkennt, können die Parametrisierungen auch elementweise angepaßt werden. Werden systematische Fehler bei der Messung des Systemzustandes vermieden, oder erkannt und rechnerisch korrigiert, und werden irreguläre Meßfehler stochastisch modelliert, dann liefern die Schätzwerte der Anpassungsparameter Schätzungen der Parametrisierungen. Anpassungsparameterwerte 1 lassen die betreffenden Submodelle unverändert, während von 1 abweichende Werte die Modifikation von Submodellen anzeigen: Lokalisierung eines Schadens innerhalb der betroffenen Submodelle. Die Lokalisierung kann durch eine weitere Zerlegung der betroffenen Submodelle verfeinert werden. Die weiteren Vorteile der Subsystemzerlegung bestehen in einer Verminderung des Rechenaufwandes und gleichzeitig in einer Regularisierung, denn die Meßinformation wird für eine reduzierte Anzahl von Parametern als bei der Schätzung aller Matrizenelemente verwendet [10]. Die Wahl der Subsysteme hängt von a priori-Kenntnissen über die zu erwartenden Schäden ab bzw. von aktuellen Beobachtungen. Die zugehörigen Summandenmatrizen müssen (theoretisch) darüber hinaus bestimmten Bedingungen genügen [11].

Für die Parameterschätzung benötigen wir Defekte, Residuen, die die Abweichungen zwischen den parameterabhängigen anzupassenden Größen des Rechenmodells und den entsprechenden gemessenen Größen beschreiben. Teilweise besitzen sie lokale Eigenschaften. Diese Residuen können aus einem Gleichungsfehler oder aus partiellen Residuen oder aus einer Mischung beider bestehen. Die partiellen Residuen bestehen oft aus den Eigenwerten oder den Eigenwerten und Eigenvektoren. Interessanter für den Ingenieurbereich sind jedoch Spannungen, akustische Pegel etc. Der Gleichungsfehler kann modal oder nichtmodal sein, dieselbe Aussage besteht für die partiellen Residuen. Es kann das gedämpfte Modell oder das zugeordnete ungedämpfte Modell herangezogen werden.

Empfohlen wird für eine Parameterschätzung die erweiterte gewichtete Fehlerquadratmethode

$$J(a) = v^*(a)G_v v(a) + (a - e)^T G_e (a - e) \quad (9)$$

mit

J dem Zielfunktional,

a dem Vektor der zu schätzenden Anpassungsvektoren,

v dem Residuenvektor,
 e dem a entsprechenden Vektor der a priori-Kenntnisse, z. B. aus dem Rechenmodell,
 G den positiv definiten Wichtungsmatrizen.

$(.)^*$ bezeichnet den konjugiert komplexen und transponierten Vektor, $(.)^T$ den transponierten Vektor von $(.)$. Der erste Term des obigen Zielfunktionalentspricht der klassischen gewichteten Fehlerquadratmethode, der zweite Term ist ein Strafterm, der als Zusatzinformation, z.B. aus der vorherigen Systemanalyse, die Lösung kontrolliert. Die erweiterte gewichtete Fehlerquadratmethode folgt aus der Bayesformulierung unter der Annahme, daß alle Zufallsvariablen (alle Unbestimmten sind Zufallsvariable, also auch die zu schätzenden Parameter) normalverteilt sind. Durch den Zusatzterm ist diese Formulierung als Regularisierung (s. Abschnitt 3.2.3) anzusehen.

Alternativ können natürlich auch andere Parameterschätzverfahren in verschiedenen Räumen gewählt werden, wie z.B. das Kalmanfilter [7, 12].

Erfahrungen mit Anpassungsverfahren: Wie bereits ausgeführt, sind die Anpassungsverfahren die aus der Systemidentifikation bekannten Korrekturverfahren. Für örtlich diskrete dynamische Rechenmodelle (FE-Modelle) mit Matrizenordnungen von 10^3 und mit $<10^2$ zu schätzenden Parameter sind unter bestimmten Bedingungen (Meßfehler, Ordnungsreduktion des Rechenmodells, Regularisierung etc.) brauchbare Lösungen erzielbar. Wegen des vorliegenden inversen Problems zweiter Ordnung sind jedoch Regularisierungsmethoden anzuwenden, und es ist von vornherein auf eine gut gestellte Problemformulierung zu achten. Die Modellstruktur muß adäquat zu der des Systems sein. In dem vorherigen Brückenbeispiel sind die Modellstrukturen des Referenzmodells und des Modells für die geschädigte Brücke ungleich. Eine solche Tatsache muß erkannt und über eine neue Modellbildung angepaßt werden (\rightarrow Strukturidentifikation).

Weiter ist zu berücksichtigen, daß die verwendeten dynamischen Modelle im Vergleich zu statischen Modellen eine relativ geringe Anzahl von dynamischen Freiheitsgraden besitzen und globale (energetische) Eigenschaften aufweisen, während die statischen Modelle mit sehr vielen statischen Freiheitsgraden lokale Eigenschaften haben. Dynamische Modelle sind demzufolge geeignet, um Schäden zu entdecken und durch die Verwendung einer (sukzessiv vorzunehmenden) Subsystemdekomposition den Schaden zu lokalisieren. Soll der örtliche Schaden detaillierter untersucht und beschrieben werden, sind statische Submodelle mit vielen Freiheitsgraden zu verwenden. Zusätzlich können Schadensmodelle, z. B. Rißmodelle eingeführt werden, um bspw. die Rißtiefe zu ermitteln³.

3.2.2 Diagnose

Mit dem an den interessierenden Systemzustand angepaßten Rechenmodell sollte ein verifiziertes, validiertes und gebrauchsfähiges Rechenmodell vorliegen [3]. Ein Rechenmodell ist verifiziert, wenn die zur Modellbildung verwendete Information (unter Beach-

³ Damit ist es klar, daß man nur die physikalische Aussage erhält, die man durch das Modell eingeführt hat!

tung der benutzten Methoden, z.B. der Fehlerquadratmethode) rekonstruiert werden kann. Ein Modell heißt validiert, wenn die Systembeschreibung und das Modell homomorph sind [3], d.h. wenn sie dieselbe Struktur aufweisen, z.B. ausgedrückt durch das jeweilige Eigensystem in dem interessierenden Frequenzbereich. Die Validierung geht also über die Überprüfung von Ein- und Ausgangsgrößen (s. Verifizierung) hinaus und verlangt demzufolge weitere Informationen für die betrachtete Erregungsart (vergl. diesbezüglich [3], Fußnote 8). Damit sind die Ungenauigkeiten des Rechenmodells bekannt. Da ein Rechenmodell jedoch aufgabenorientiert ist, müssen die Fehler für die vorgesehene Aufgabe hinreichend klein sein: Gebrauchsfähigkeit des Modells.

Mit den gebrauchsfähigen Rechenmodellen ist die beste verfügbare Wissensbasis für das zu verschiedenen Lebenszeitpunkten zu beurteilende System vorhanden, nämlich das Wissen aus theoretischer **und** experimenteller Systemanalyse.

Bewertung und Entscheidungsfindung: Zur Bewertung wird einerseits das Rechenmodell den Istzustand beschreibend mit seinen Parameterschätzwerten herangezogen und andererseits das Referenzmodell. Die statistischen Fehler der Schätzwerte (einschließlich Konfidenzintervalle) erlauben eine Aussage über die Signifikanz der aufgetretenen Abweichungen (infolge des Schadens entsprechend seiner Definition).

Die Ursachenfindung und die Bewertung des Schadens erfolgt mit Hilfe der Analysis und Analyse: Simulationen mit verschiedenen Lastannahmen und Vergleich der Ergebnisse untereinander und mit zulässigen Werten oder/und Anhaltswerten (s. auch Abb. 5).

Damit sind Vorhersagen über das Systemverhalten und determinierte oder statistische Trendaussagen möglich. Schließlich können auch Zuverlässigkeitsaussagen durchgeführt werden.

Neuere Veröffentlichungen [13, 14] führen die Bewertung von vornherein probabilistisch basiert durch.

3.2.3 Regularisierung der schlecht gestellten Probleme

Wie einleitend bereits erwähnt sind die Ortsdiskreten Formulierungen, auf die wir uns hier beschränken, im allgemeinen schlecht konditioniert. Numerische Algorithmen, angewendet auf ein schlecht konditioniertes Problem, können die Kondition des Gleichungssystems nicht verbessern. Insbesondere numerische Fehler werden bei der Lösung der inversen Probleme verstärkt. Eine Verbesserung der numerischen Probleme ermöglicht nur eine entsprechende Änderung des mathematischen Operators durch bspw. Zusatzinformationen [10, 16, 17]. Ein Beispiel soll die Sensitivität der Normalgleichungen auf Fehler illustrieren.

Beispiel: Gegeben sei das algebraische lineare Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} 3 & 3 & -\delta \\ 4 & 4 & +\delta \end{pmatrix} x = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad |\delta| < 1$$

mit der Lösung

$$x_{\text{exakt}} = \begin{pmatrix} -1/\delta \\ 1/\delta \end{pmatrix}$$

Die Normalgleichungen lauten

$$\begin{pmatrix} 25 & 25+\delta \\ 25+\delta & 25+2\delta+2\delta^2 \end{pmatrix} x^+ = \begin{pmatrix} 1 \\ 1+2\delta \end{pmatrix}.$$

Die Lösung der Normalgleichungen mit endlicher Arithmetik berechnet ($\delta^2 = 0$) lautet

$$x_{\text{fina}}^+ = \begin{pmatrix} 49/\delta + 2 \\ -49/\delta \end{pmatrix} \neq x_{\text{exakt}}$$

Diese Lösung ist unbrauchbar. Mit der QR-Methode und Q als Householder Transformation konstruiert,

$$Q = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 4 & -3 \end{pmatrix} \rightarrow \text{Dreieckssystem,}$$

$$\begin{pmatrix} 5 & 5+\delta/5 \\ 0 & -7\delta/5 \end{pmatrix} x_{QR} = \begin{pmatrix} 1/5 \\ -7/5 \end{pmatrix}$$

mit der Lösung bei endlicher Arithmetik ($\delta^2 = 0$)

$$x_{QR} = x_{\text{exakt}}$$

Die endliche Arithmetik wirkt hier als Regularisierungsmethode, da sie den Operator verändert.

Im Zusammenhang mit der Lösung inverser Probleme sei hier die Sensitivität bezüglich der Meßfehler zur Regularisierung kurz diskutiert [18]. Dem inversen Problem möge die lineare algebraische Gleichung

$$Aa = g$$

zugrundeliegen. Die Tikhonov-Phillips Regularisierung führt auf das Zielfunktional

$$J_{\Upsilon}(a) = \|Aa - g\|_G^2 + \Upsilon^2 \|Ba\|_2^2 \quad (10)$$

mit der regularisierten Lösung a_{Υ} aus dem Gleichungssystem

$$(A^*GA + \Upsilon^2 B^*B)a_{\Upsilon} = A^*Ga. \quad (11)$$

Man wählt jetzt $B^*B = W^{-1}$ mit

$$W := \frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^N \text{diag} [\hat{a}_{dk} - \hat{a}] (\hat{a}_{dk} - \hat{a})^T \quad (12)$$

mit

- \hat{a}_{dk} Parameterschätzwerte des mit zusätzlichem mittelwertfreiem gleichverteilten Rauschen gestörten Meßdaten
- \hat{a} Lösung des schlecht konditionierten ursprünglichen Problems.

γ ist der Regularisierungsparameter (mehr oder weniger frei wählbar oder mitgeschätzt). Die Zusatzwichtung (12) betont Meßwerte mit kleinen Meßfehlern stärker als solche mit großen Fehlern in einem Strafterm. Die Auswirkung dieser Regularisierung zeigt die Abbildung 6 für ein Beispiel. Auf der Abszisse sind (diskret) die Elemente der physikalischen Parametermatrizen aufgetragen, die Ordinate gibt einen normierten Fehlerindex wieder. Die ausgezogenen Linien (anstelle von Balken oder vertikalen Linien) entsprechen der exakten Lösung (Fehler der Parameterwerte), die punktierte Kurve folgt aus der Ausgleichsrechnung (Fehlerquadratmethode), die gestrichelte Linie ergibt sich aus der regularisierten Lösung. Man sieht, daß die Fehlerquadratmethode eine unbrauchbare Lösung liefert, die regularisierte Lösung die Fehler erkennt, aber ihre Größe nicht richtig wiedergibt.

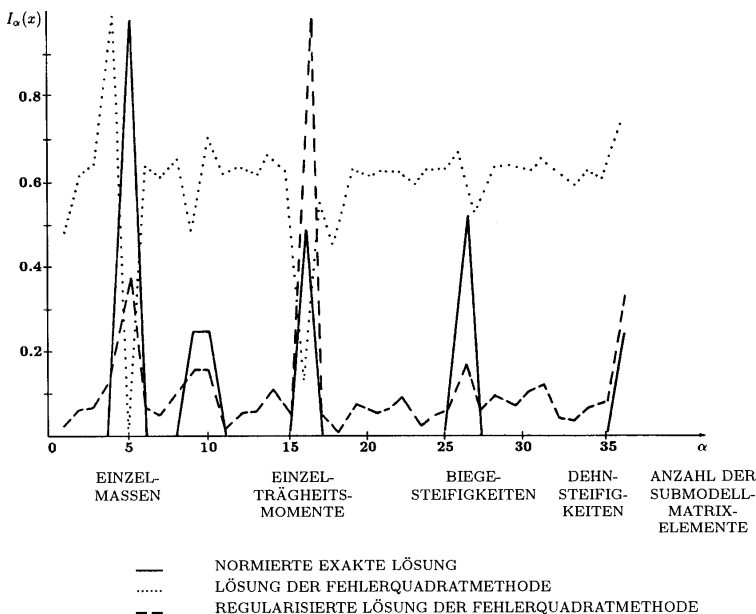


Abb. 6: Fehlerindex aus verschiedenen Ansätzen der Fehlerquadratmethode

3.2.4 Zusammenfassung

Gemäß dem Thema wird eine Zusammenfassung der mit der modellgestützten Diagnose auftretenden Probleme gegeben.

1. Für das a priori-Rechenmodell muß eine Fehlermodellierung durchgeführt werden. Die Anpassung von Rechenmodellen an Meßwerte führt auf inverse Probleme, die im allgemeinen schlecht gestellt sind. Schon bei der Problemformulierung sollte auf ihre Gutgestelltheit geachtet werden. Empfohlen wird eine Subsystemmodellierung und die Einführung von globalen Korrekturfaktoren für die zugehörigen physikalischen Parametermatrizen. Die Wahl der Subsysteme (\rightarrow Parameterwahl) erfolgt aufgrund von Sensitivitäten und anhand von a priori-Kenntnissen über die Unsicherheiten des Rechenmodells bzw. anhand von Schadenskenntnissen. Die Parametermatrizen der Submodelle müssen jedoch bestimmten Bedingungen genügen. Diese Fehlermodellierung setzt voraus, daß die Modellstruktur dem System und der Aufgabe angepaßt ist. Notfalls muß bei einem FE-Rechenmodell eine wiederholte Modellbildung erfolgen, um die „richtige“ Modellstruktur zu erhalten.
2. Systematische Meßfehler müssen vermieden werden. Sind sie unvermeidlich, müssen sie erkannt und korrigiert werden. Irreguläre Fehler sind zu modellieren und zu minimieren. Im allgemeinen werden die irregulären Meßfehler stochastisch modelliert und über Parameterschätzverfahren minimiert. Hinsichtlich der Messungen sind weiter ihre Unvollständigkeit hinsichtlich Informationsgehalt und Anzahl der Messungen (Meßpunkte, Meßdauer) zu beachten.
3. Identifikationsverfahren: Hierunter sei die Identifikationsformulierung (Wahl des Rechenmodells, der Residuen), das Schätzverfahren mit dem zugehörigen Algorithmus zur Lösung des resultierenden (linearen oder nichtlinearen algebraischen) Gleichungssystems verstanden. Hinsichtlich Identifizierbarkeit etc. sei auf die Fachliteratur [7, 19] verwiesen. Ganz wichtig ist die Regularisierung der inversen Probleme mittels Zusatzinformationen. Die numerischen Algorithmen dürfen den Einfluß der Fehler nicht verstärken.
4. Nichtlineare Gleichungen in den zu schätzenden Parametern besitzen im allgemeinen mehr als ein Minimum. Es interessiert jedoch nur das globale Minimum, das häufig wegen des vorhandenen kleinen Konvergenzeinzugsgebietes schwierig zu ermitteln ist. Abhilfe schafft hier bspw. die Verwendung der erweiterten Fehlerquadratmethode, die bei geeigneter Wichtung das Problem in ein konvexes Problem überführt. Die Intervallrechnung [20] und auch die Parameterstörungsmethode angewendet auf die Formulierung in der erweiterten Fehlerquadratmethode, wobei die systematische Änderung der Wichtung des Strafterms auf ein stets konvergentes Verfahren führt [21], hilft ebenfalls, das globale Minimum zu berechnen.
5. Der schlimmste Fall tritt ein, wenn kein Referenzmodell existiert. In diesem Fall ist es unmöglich, Parameteränderungen infolge Schäden und solche infolge Fehler (Modell, Messung) zu trennen [22]. Hier helfen nur Zusatzinformationen. Der Fall, daß die Struktur des Referenzmodells nicht stimmt, wurde bereits erwähnt (s.o. Pkt. 1).

6. Aus numerischen Gründen sollten die Matrizenordnungen des dynamischen Rechenmodells nicht zu groß gewählt werden. Hier muß u.U. eine Ordnungsreduktion vorgenommen werden, auch wenn die sich ergebenden Schätzwerte biasbehaftet sind [11, 23].
7. Schließlich sei erwähnt, daß der Rechenaufwand reduzierbar ist, wenn massive Parallelrechner eingesetzt werden. Die Prozessoren können den Submodellen oder den verwendeten verschiedenen Erregungsvektoren zugeordnet werden [20].

4. Symptomgestützte Diagnose

Anstelle einer modellgestützten Diagnose, und in den Fällen, in denen ein verifiziertes, validiertes und gebrauchsfähiges Rechenmodell nicht vorliegt, kann eine symptomgestützte Diagnose durchgeführt werden. In Ergänzung zu der Abbildung 1 ist jetzt in Abbildung 7 zusätzlich die Symptomentwicklung abhängig von der Lebenszeit θ des Systems im Prinzip dargestellt. θ_b ist wieder die Lebensdauer des Systems, und Φ ist der Symptomoperator angewendet auf die dynamische Antwort $y(t)$ des Systems.

Da die signal- bzw. signaturgestützte Überwachung und Diagnose Stand der Technik ist [24-26], wird im folgenden lediglich auf einige neuere Forschungen eingegangen.

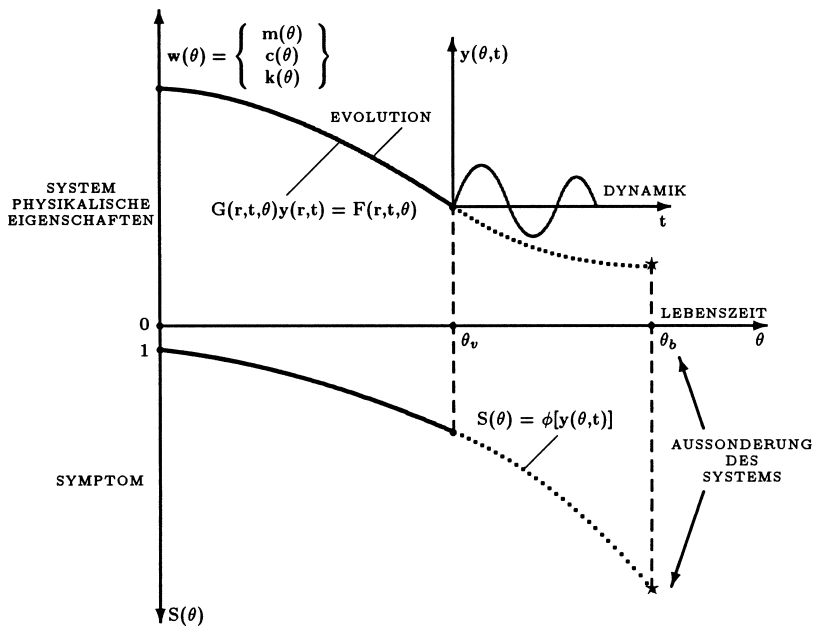


Abb. 7: Die drei Bereiche zur Systembeschreibung: dynamische Reaktion, Entwicklung der physikalischen Modellparameter und ausgewählter Symptome abhängig von der Lebenszeit

4.1 Schadens- und Symptomevolution

Bei der modellgestützten Diagnose wurde ein Schaden als System- und damit als Modellmodifikation definiert. Jetzt wird der Schaden über ein Energiemodell eingeführt und die Beziehung zu den physikalischen Modellparametern hergestellt.

Es wird postuliert: Schaden ist mit Energiedissipation E_d verbunden, wobei die betrachteten Systeme endliche Energiedissipationskapazitäten besitzen:

$$0 \leq E_d(\theta, V, \Delta) \leq E_{db}(\Delta) \quad (13)$$

mit der Lebenszeit-Koordinate θ , der (nach außen) exportierten dissipierten Leistung V , dem *Logistikvektor* Δ , der die Geschichte des Systems beschreibt, und dem Endwert E_{db} der Energiedissipation am Lebensende, der natürlich wieder von der Geschichte des Systems abhängt. Das Maß für die Schadensevolution ist dann definiert als

$$D(\theta, \Delta) := \frac{E_d(\theta, \Delta)}{E_{db}(\Delta)} \quad (14)$$

mit

$$0 \leq D \leq 1. \quad (15)$$

Beispiele für das oben definierte Schadensmaß sind die verschiedenen Verschleißprobleme einschließlich der klassischen Ermüdungsbeschreibung [6].

Lokale Schadensmaße werden entsprechend zu (14) eingeführt, eine Integration über das entsprechende Gebiet liefert dann das globale Maß [6].

Es verbleibt, den Zusammenhang zwischen den physikalischen Parameteränderungen und dem energetischen Maß D herzustellen. Hierzu dient der Ansatz, dargestellt für den Steifigkeitskoeffizienten k :

$$k(D) = k_0 (1 \mp a_k D)^{\alpha_k}, \quad (16)$$

wobei k_0 der nichtmodifizierte Wert ist, $\alpha_k \geq 0$ und $0 \leq a_k \leq 1$ der Schadensintensitätskoeffizient ist⁴.

Die Schadensevolution, und damit die holistische Betrachtungsweise, ist durch die Abhängigkeit von θ ausgedrückt. Man kann sie detaillierter durch die intern und extern dissipierten Leistungen beschreiben [5, 27].

4.2 Schadenskapazität und symptombasierte Zuverlässigkeit

Mit D als Schadensmaß kann

$$1 - D =: C_D \quad (17)$$

als Schadenskapazität bezeichnet werden. Mit dem Wertebereich (15) gibt C_D Auskunft darüber, was das System noch an Schaden ertragen kann. Drückt man im Einzelfall das

⁴ Der Ansatz ist wegen einer besseren Anpassung an vorliegende Verhältnisse überbestimmt gewählt.

Schadensmaß abhängig von einem Symptom S aus, folgt mit dem zugehörigen Operator Ψ :

$$C_D = \Psi \left(\frac{S_0}{S(\theta)} \right) \quad (18)$$

mit S_0 dem Anfangswert des Symptoms. Die graphische Darstellungen von $D(\theta)$, $D(S/S_0)$, $C_D(S_0/S)$ (in doppelt-logarithmischer Darstellung) erlauben sehr einfach Aussagen über die Zusammenhänge Symptom - Schaden - Schadenskapazität - Lebenszeit abhängig von dem Logistikvektor [6].

Die konventionelle Zuverlässigkeit ist definiert als

$$R_\theta = P(\theta_b < \theta) = P(\theta_b - \theta > 0), 0 < \theta. \quad (19)$$

P ist die Wahrscheinlichkeit bezüglich des Eintretens der Zufallsvariablen θ_b . Die Transformation mit dem Operator Ψ unter der Voraussetzung einer monoton wachsenden Funktion $S(\theta) = \Phi(D)$, Φ dem Symptomoperator, liefert

$$R_\theta = P[\Psi(S_b) > \Psi(S)] = P(S_b > S) =: R_s(S). \quad (20)$$

Da der Symptomwert für die Lebensdauer θ_b unbekannt ist, man aber trotzdem eine Aussage über den betriebsfähigen Zustand des Systems haben möchte, werden mit einer vorgegebenen Schranke S_l bedingte Wahrscheinlichkeiten eingeführt:

$$R(S) := P(S_b > S | S < S_l) \equiv P_G(S_b > S), \quad (21)$$

wobei P_G die Wahrscheinlichkeit für den „guten“ Zustand des Systems ausdrückt. Diese mehr oder weniger heuristischen Einführungen kommen der Praxis entgegen, sofern Stichproben von ausreichendem Umfang vorliegen [28].

4.3 Diagnose basierend auf dem Ergodentheorem

Im Bauwesen sind im allgemeinen Unikate vorhanden, so daß nicht von einer Stichprobe ausgegangen werden kann. Es liegt somit nahe, das Ergodentheorem heranzuziehen: Die statistischen Aussagen für eine Grundgesamtheit werden durch Grenzwerte der entsprechenden zeitlichen Mittelwerte (Momente) mit der Wahrscheinlichkeit 1 ersetzt. Die Abbildung 8 illustriert das Vorgehen.

Der linke Teil der Abbildung zeigt Symptome von N Systemen über der Lebenszeit θ und abhängig von den jeweiligen Logistikvektoren Δ_i . Die Lebensdauern θ_{bi} sind verschieden. Von dieser Stichprobe könnten entsprechende statistische Mittelwerte gebildet werden. Ist statt dessen nur ein System vorhanden ($i = I$), welches N Zyklen durchläuft, das also in der Kalenderzeit τ im ersten Zeitintervall eine Geschichte Δ_I^1 erleidet, nach einer Lebensdauer θ_1 überholt bzw. repariert wird, dann eine weitere Lebensdauer θ_2 mit einer Geschichte Δ_I^2 betrieben wird etc., dann ergibt sich ein Symptomverlauf, wie er im rechten Teil der Abbildung 8 dargestellt ist. Die Voraussetzungen für dieses Vorgehen sind (im Prinzip) in [29] enthalten. Eine saubere mathematische Herleitung (Anwendung der Ergodentransformation [30]) steht noch aus.

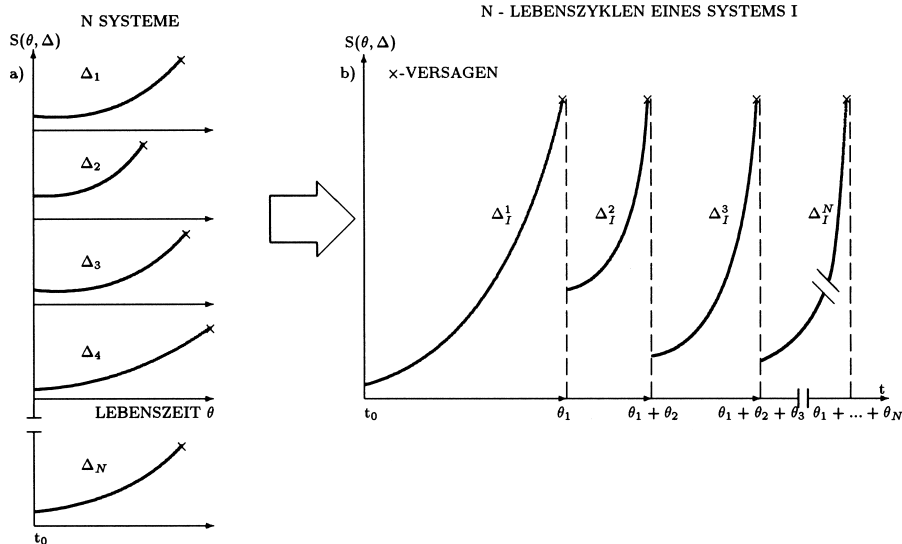


Abb. 8: Gegenüberstellung der Diagnose anhand einer Stichprobe und anhand des Ergodentheorems

5. Schlußbetrachtungen

Der Aufsatz nennt wesentliche Probleme der Diagnose technischer Systeme. Die modellgestützte Diagnose verwendet ein verifiziertes, validiertes und gebrauchsfähiges Rechenmodell für das System. Dieses Rechenmodell ist die beste verfügbare Wissensbasis über das System. Sie zu erhalten, bedeutet professionell Messungen durchzuführen, und diese Messungen für die Anpassung des Rechenmodells (an den jeweiligen Systemzustand) unter Verwendung von a priori-Kenntnissen zu verwenden (Systemidentifikation). Damit sind die auftretenden Probleme indirekt genannt. Besondere Schwierigkeiten treten auf, wenn die Modellstruktur unbekannt ist und damit das Problem nicht auf eine Parameterschätzung reduziert werden kann, oder wenn ein Referenzmodell überhaupt fehlt.

Die symptom-basierte Diagnose, wie sie heute bereits angewendet wird, geht von Teilmengen transformierter Prozeßgrößen aus. In dem vorliegenden Aufsatz wird auf symptom-basierte energetische Schadensmaße in Abhängigkeit von der System-Lebenszeit eingegangen, eine zugehörige Schadenskapazität definiert und schließlich eine Möglichkeit aufgezeigt, diese Größen für eine Zuverlässigkeitsuntersuchung zu verwenden. Für die Fälle, in denen keine Stichprobe vorliegt, wird die Ergodentransformation erwähnt.

Die Probleme sind überwiegend für Systeme diskutiert, die lineare Systemantworten aufweisen und lebenszeitabhängig sich stationär verhalten. Zusätzliche Probleme ergeben sich beim Vorliegen nichtlinearer Systeme und bei der Behandlung nichtstationärer Zeitreihen.

6. Schrifttum

1. ANGER, G., 1997, Zur Leistungsfähigkeit der Theorie in den Naturwissenschaften, der Technik und der Medizin - Praxis cum theoria, GAMM-Mitteilungen, Heft 1, 19-36
2. ANGER, G., 1997, Zur Leistungsfähigkeit naturwissenschaftlicher Methoden in der medizinischen Diagnostik: praxis cum theoria, vorbereitet zur Veröffentlichung in einer medizinischen Zeitschrift
3. NATKE, H.G., 1997, Uncertainties in mechanical system modelling: definitions, models, measures, applications, in: [4], 45-68
4. NATKE, H.G., BEN-HAIM, Y. (eds.), 1997, *Uncertainty: Models and Measures*, Akademie-Verlag Berlin, Math. Research Vol. 99
5. NATKE, H.G., CEMPEL, C., 1998, Holistic dynamics and subsystem modelling - principles, Int. J. of Systems Science, Vol. 30, No. 3, 283-293
6. NATKE H. G., CEMPEL C., 1997, *Model - Aided Diagnosis of Mechanical Systems-Fundamentals, Detection, Localization, Assessment*, Springer-Verlag Berlin, Heidelberg
7. NATKE, H.G., 1992, *Einführung in Theorie und Praxis der Zeitreihen- und Modalanalyse - Identifikation schwingungsfähiger elastomechanischer Systeme*, Vieweg Braunschweig, Wiesbaden
8. CEMPEL, C., NATKE, H.G., ZIOLKOWSKI, A., 1992, Application of transformed normal modes for damage location in structures; in: *Structural Integrity Assessment*, Ed. P. Stanley, Elsevier Appl. Sc., London, New York, 246-255
9. FRISWELL, M.I., MOTTERSHEAD, J.E., 1995, *Finite Element Model Updating in Structural Dynamics*, Kluwer Academic Publ. Dordrecht
10. NATKE, H.G., 1993, On regularization methods within system identification; in: *Inverse Problems in Engineering Mechanics*, Eds. M. Tanaka und H. D. Bui, IUTAM Symp. Tokyo, Springer Verlag Berlin, Heidelberg, New York, London, 3-20
11. COTTIN, N., 1993, On the use of reduced mathematical models in linear system identification, in: *Structural Dynamics*, EURO-DYN'93, T. Moan et al. (eds.), Balkema Rotterdam, Brookfield, 819-826
12. HERRMANN, T., 1996, *Parametrische Identifikation nichtklassisch gedämpfter Finite Element Modelle im Zeitbereich*, Fortschrittberichte VDI, Reihe 11, Nr. 234, VDI-Verlag Düsseldorf
13. VANIK, M.W., BECK, J.L., 1997, A Bayesian probabilistic approach to structural health monitoring, in [15], 140-151
14. KATAFYGIOTIS, L.S., LAM, H.F., 1997, A probabilistic approach to structural health monitoring using dynamic data, in [15], 152-163
15. CHANG, FU-KUO (Ed.), 1997, *Structural Health Monitoring - Current Status and Perspectives*, Proc. of the Intern. Workshop, Stanford University, Stanford, CA, USA, Technomic Publ. Lancaster, Basel
16. LOUIS, A.K., 1989, *Inverse und schlecht gestellte Probleme*, Teubner Studienbücher Mathematik, B. G. Teubner Stuttgart

17. BAUMEISTER, J., 1987, *Stable Solution of Inverse Problems*, Vieweg Wiesbaden, Braunschweig
18. PRELLS, U., 1995, *Eine Regularisierungsmethode für die lineare Fehlerlokalisierung von Modellen elastomechanischer Systeme*, Dissertation, Universität Hannover
19. EYKHOFF, P., 1974, *System Identification - Parameter and State Estimation*, John Wiley & Sons London, New York, Sydney, Toronto
20. OELJEKLAUS, M., NATKE, H.G., 1996, Parallel interval algorithm for parameter identification in the frequency domain, *Inverse Problems in Engineering* 3, 305-325
21. NATKE, H.G., DELLINGER, E., 1972, Funktionalanalytische Behandlung der Flattergleichung unter Verwendung des Newton-Verfahrens, *Z. Flugwiss.* 20, Heft 8, 300-306
22. FRITZEN, C.-P., JENNEWEIN, D., KIEFER, T., 1997, Damage detection based on Vibration measurements and inaccurate models, *Proceedings of DET'97, 1997 ASME Design Eng. Technical Conf.*, Sacramento CA, USA, DETC97/VIB-4156, 1-12
23. NATKE, H.G., ZHANG, J.-H., 1989, The application of modal transformation as a tool for handling large models in updating procedures, in: *Computers and Experiments in Stress Analysis*, Eds. G.M. Carlomagno et al., *Coputational Mech. Publ.*, Springer Berlin, Heidelberg, New York, London, Paris, 335-346
24. NATKE, H.G., YAO, J.T.P. (Eds.), 1988, *Structural Safety Evaluation Based on System Identification Approaches*, Vieweg Braunschweig, Wiesbaden
25. NATKE, H.G., TOMLINSON, G.R., YAO, J.T.P. (Eds.), 1993, *Safety Evaluation Based on Identification Approaches Related to Time-Variant and Non-Linear Structures*, Vieweg Braunschweig, Wiesbaden
26. CEMPEL, C., 1990, *Vibroakustische Maschinen-Diagnostik*, Verlag Technik Berlin
27. CEMPEL, C., NATKE, H.G., 1993, System life cycle - System life: the model-based technical diagnostics, a view on holistic modelling, *System Research*, 53-63
28. CEMPEL, C., NATKE, H.G., YAO, J.T.P., 1998, Symptom reliability and hazard for systems condition monitoring, vorbereitet zur Veröffentlichung in: *Mechanical Systems & Signal Processing*
29. CEMPEL, C., NATKE, H.G., 1995, The passive diagnostic experiment and ergodicity problem, 2nd Internat. Symposium on "Acoustical and Vibratory Surveillance Methods and Diagnostic Techniques", Senlis, France, Oct. 95, 487-494
30. LASOTA, A., MACKEY, M.C., 1994, *Chaos, Fractals, and Noise, Stochastic Aspects of Dynamics*, 2nd Edition, Springer-Verlag New York, Appl. Sciences, Vol. 97